

# गणित की प्रकृति, अर्थ, स्वरूप, कार्यक्षेत्र और विकास ( Nature, Meaning, structure, scope and development of mathematics)

1

गणित शब्द का प्रथम प्रयोग वेदांग ज्योतिष के निम्न श्लोक में द्रष्टव्य है:

यथा शिखा मयूरणां नागानां माणयो यथा ।  
तद्वद् दांगशास्त्राणां गणितं मूर्धनि स्थितम् ॥

अर्थात् जैसे मोरों में शिखा और नागों में मणि सबसे ऊपर रहती है, उसी प्रकार वेदांग और शास्त्रों में गणित सर्वोच्च स्थान पर स्थित है।

गणित विषय की व्यापकता सार्वभौमिक है। गणित सांख्यिकी के रूप में अर्थशास्त्र का नेत्र है। उच्च गणित के रूप में भौतिकी की आत्मा है। प्रक्षेपण शास्त्र के रूप में देश की सुरक्षा का साधन है, ज्योतिष के रूप में इहलोक तथा परलोक के ज्ञान का साधन है, त्रिकोणमिति के रूप में व्योमगति का माध्यम है, अंकगणित के रूप में समस्त लोक व्यवहार का प्राण है, वास्तुशास्त्र के रूप में मापन का उपाय है, वाणिज्यशास्त्र के रूप में व्यापार का माध्यम है।

गणित विषय अपने आप में एक पूर्ण विषय है। गणित दैनिक जीवन में आवश्यक है, बल्कि यह राष्ट्र की महती आवश्यकता बन गया है। रोजर बेकन तो कहते हैं, गणित विज्ञान का द्वार और कुंजी है। गणित किसी राष्ट्र के सामाजिक, आर्थिक और तकनीकी विकास को गति देने में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। भारत में गणित का महत्त्व हमेशा से ही अधिक रहा है, चूंकि राष्ट्र सभी पहलुओं में तेजी से वैश्वीकरण की ओर बढ़ रहा है, तो इसका महत्त्व बढ़ता जा रहा है, आज की दुनिया

जो विज्ञान और प्रौद्योगिकी पर अधिक से अधिक निर्भर करती है, अपने लोगों की ओर से अधिक से अधिक गणितीय ज्ञान की मांग करती है। इसलिए, आधुनिक तकनीकी समाज की चुनौतियों का सामना करने के लिए गणितीय ज्ञान के मजबूत आधार के साथ बच्चे को तैयार करना आवश्यक है।

गणित दिन-प्रतिदिन के जीवन में एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। यह एक बहुत ही महत्वपूर्ण विषय है। इसलिए अपने ज्ञान को प्रदान करने और प्रसारित करने से पहले यह समझना आवश्यक है कि गणित क्या है? और इसकी प्रकृति क्या है? गणित की विभिन्न परिभाषाएँ विभिन्न तरीकों से हम इसकी व्याख्या करेंगे। चूंकि गणित मात्रात्मक तथ्यों और संबंधों के साथ-साथ अंतरिक्ष और रूप से जुड़ी समस्याओं से संबंधित होता है। यद्यपि गणित 5000 वर्षों से अधिक समय से हमारे साथ है, लेकिन यह विषय कभी भी उतना जीवंत नहीं बना है, जितना की आज है। पिछले कुछ दशकों के दौरान गणितीय खोज और आविष्कार की गति में आश्चर्यजनक तेजी आई है। यह कहा गया है, कि गणित सीखने की एकमात्र शाखा है, जिसमें दो हजार साल पुराने सिद्धांत अभी भी मान्य हैं।

### 1.1 . गणित की व्युत्पत्ति (Derivation of Mathematics)

गणित शब्द की उत्पत्ति दो शब्दों से मिलकर हुई है, मूल शब्द 'गण' व प्रत्यय 'क्त' को जोड़कर किया गया है, जिसका अर्थ है, गणना करना। आचार्य कौटिल्य ने कहा है— तस्मा द्विकरायह पण्यानन ध्रुतों मितो वा कार्यः अर्थात् वस्तुओं को नाप तौल गिन कर विक्रय करे। कौटिल्य ने ही शैशवकाल से बालक के लिए गणित की शिक्षा का विधान किया है दृ व्रतचौल कर्मा लिपि संख्यांस उपयुज्जित अर्थात् चूड़ाकर्म के पश्चात् लिपि-लिखना, संख्यान-गिनती सिखाए। प्राचीन काल में बालकों को गिनती सिखाने के लिए गिनतारा नामक उपकरण था। बालक को पटिया पर गणित सिखाने से यह पाटी गणित के नाम से भी प्रसिद्ध हुआ।

गणित की व्युत्पत्ति : –

“गणित” (मथेमेटिक्स) शब्द दो रोम ग्रीक:  $\mu$  Greek  $\mu\alpha$ ,  $\acute{m}\acute{a}thema$  शब्दों से लिया गया है, जिसका अर्थ है, 'ज्ञान, अध्ययन, सीखना'। Mathematics (n), लैटिन से ग्रीक (adj-) के माध्यम से, mathama a science] mathematicos (adj-) से; सीखने के लिए तकनीक से संबंधित है। 'गणित' का अर्थ है, विषयों या सुविधाओं से संबंधित सीखने की कला।

### 1.2. गणित का इतिहास (History of Mathematics)

गणित भारत के प्राचीन शास्त्रों में से एक है, अतः प्राच्य ग्रन्थों में इसका उल्लेख स्वाभाविक हैं। वैदिक कालीन ग्रन्थों— वेदों, उपनिषदों, संहिताओं, आरण्यकों, ब्राह्मणों में तथा उसके पश्चात् पुराणों व रामायण, महाभारत आदि में सूक्ष्मतर एवं बृहत्तर संख्याओं का अति उन्नत स्वरूप प्राप्त हैं। वैसे ही भारतीय इतिहास में इसका भी उल्लेख है, कि आर्य भारत के पुराने निवासी आर्य वास्तव में धार्मिक विचारों वाले थे, और वे धर्म प्रति के लिए समर्पित थे।

उनका मानना था, कि सही समय पर, सही दिशा में, और सही नक्षत्र में, सही समय पर किए गए कार्य निश्चित रूप से फल देने वाले थे। इन ज्योतिषीय शब्दों की गणना करने के लिए भारतीय गणित को विकसित किया गया था। यह बाद में पूरी दुनिया में चला गया था। सभी प्राचीन सभ्यताओं में गणित विद्या की पहली अभिव्यक्ति गणना प्रणाली के रूप में प्रगट होती है।

अति प्रारंभिक समाजों में संख्यायें रेखाओं के समूह द्वारा प्रदर्शित की जाती थीं। यद्यपि बाद

में, विभिन्न संख्याओं को विशिष्ट संख्यात्मक नामों और चिह्नों द्वारा प्रदर्शित किया जाने लगा, उदाहरण स्वरूप भारत में ऐसा किया गया। रोम जैसे स्थानों में उन्हें वर्ण, किंतु सभी प्राचीन सभ्यताओं में संख्याएं दशमाधार प्रणाली पर आधारित नहीं थीं। प्राचीन बेबीलोन में 60 पर आधारित संख्या-प्रणाली का प्रचलन था।

भारत में गणित के इतिहास को मुख्यता अग्रलिखित काल में बांटा गया है-

## 1. आदि काल (500 इस्वी पूर्व तक)

### 1. वैदिक काल (१००० इस्वी पूर्व तक)-

शून्य और दशमलव की खोज वैदिक काल की मानी जाती है, साथ ही वैदिक गणित के सोलह सूत्र एवं उपसूत्र जगद्गुरु भारती कृष्ण तीर्थ जी द्वारा प्रतिपादित हैं, उसे गणित का मील का पत्थर माना जाता है, वैदिक गणित के 16 सूत्र एवं 13 उपसूत्र जो इस प्रकार हैं।

### 16 सूत्र इस प्रकार हैं

- |     |                         |                                       |
|-----|-------------------------|---------------------------------------|
| 1.  | एकाधिकेन पूर्वेण -      | पहले से एक अधिक के द्वारा             |
| 2.  | निखिलं नवतश्चरमं दशतः - | सभी नौ में से तथा अन्तिम दस में से    |
| 3.  | उर्ध्वतिर्यक् भ्याम् -  | सीधे और तिरछे दोनों विधियों से        |
| 4.  | परावत्र्य योजयेत् -     | विपरीत उपयोग करें।                    |
| 5.  | शून्यं साम्यसमुच्चये -  | समुच्चय समान होने पर शून्य होता है।   |
| 6.  | आनुरूप्ये शून्यमन्यत् - | अनुरूपता होने पर दूसरा शून्य होता है। |
| 7.  | संकलनव्यवकलनाभ्याम् -   | जोड़कर और घटाकर                       |
| 8.  | पूरणापूरणाभ्याम् -      | पूरा करने और विपरीत क्रिया द्वारा     |
| 9.  | चलनकलनाभ्याम् -         | चलन-कलन की क्रियाओं द्वारा            |
| 10. | यावदूनम् -              | जितना कम है।                          |
| 11. | व्यष्टिसमिष्टः -        | एक को पूर्ण और पूर्ण को एक मानते हुए। |
| 12. | शेषाप्यङ्केन चरमेण - -  | अंतिम अंक के सभी शेषों को             |
| 13. | सोपान्त्यद्वयमन्त्यम् - | अंतिम और उपान्तिम का दुगुना           |
| 14. | एकन्यूनेन पूर्वेण -     | पहले से एक कम के द्वारा               |
| 15. | गुणितसमुच्चयः -         | गुणितों का समुच्चय।                   |
| 16. | गुणकसमुच्चयः -          | गुणकों का समुच्चय।                    |

### उपसूत्र

- |    |                               |                                     |
|----|-------------------------------|-------------------------------------|
| 1. | आनुरूप्येण -                  | अनुरूपता के द्वारा।                 |
| 2. | शिष्यते शेषसंज्ञः -           | बचे हुए को शेष कहते हैं।            |
| 3. | आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन - - | पहले को पहले से, अंतिम को अंतिम से। |
| 4. | केवलैः सप्तकं गुम्यात् -      | "क", "व", "ल" से 7 गुणा करें।       |

5. वेष्टनम् – भाजकता परीक्षण की एक विशिष्ट क्रिया का नाम।
6. यावदूनं तावदूनम् – जितना कम उतना और कम।
7. यावदूनं तावदूनीकृत्य वर्गं च योजयेत्
8. अन्त्ययोर्दशकेऽपि
9. अन्त्ययोरेव
10. समुच्चयगुणितः
11. लोपनस्थापनाभ्याम्
12. विलोकनम्
13. गुणितसमुच्चयः समुच्चयगुणितः

गणित शब्द वैदिक काल में अपने मूलरूप में नहीं पाया जाता है, तथापि उसमें गण गणपति और गण्या शब्द ऋग्वेद में उपलब्ध हैं। गणित के अन्य नाम गणना, संख्यान, संख्याशास्त्र, अंकविद्या, राशि विद्या आदि साहित्य में दृष्टिगत हैं।

वैदिककाल में गणित नक्षत्र विद्या के अंतर्गत स्वीकार्य था, क्योंकि धर्मपरायण आर्यजाति यज्ञप्रेमी थे। यज्ञफल की प्राप्ति तभी संभव थी, जब उसका अनुष्ठान यथाकाल-यथानक्षत्र किया जाए, यह गणना गणित द्वारा ही संभव थी। अतः ज्योतिष शास्त्र की आवश्यकता गणित का विकास हुआ, जिससे ग्रहदृग्गति-गणना, द्वारा तिथि-नक्षत्रों-पूर्वों का ठीक-ठीक ज्ञान हो सके।

1. उत्तर वैदिक काल (1000 से 500 इस्वी पूर्व तक) इस युग में गणित का भारत में अधिक विकास हुआ। इसी युग में बोधायन शुल्ब सूत्र की खोज हुई, जिसे हम आज पाइथागोरस प्रमेय के नाम से जानते हैं।
2. पूर्व मध्य काल – sine] cosine की खोज हुई।
3. मध्य काल – ये भारतीय गणित का स्वर्ण काल है। आर्यभट्ट, श्रीधराचार्य, महावीराचार्य आदि श्रेष्ठ गणितज्ञ हुए।
4. उत्तर-मध्य काल (१२०० इस्वी से १८०० इस्वी तक) – नीलकण्ठ ने १५००  $esa \sin r$  का मान निकालने का सूत्र दिया, जिसे हम अब ग्रेगरी श्रेणी के नाम से जानते हैं।
5. वर्तमान काल – रामानुजम आदि महान गणितज्ञ हुए।

विशेष जानकारी :-

गणित के उत्कृष्ट विकास में एक यह जानकारी आवश्यक है, कि अंकों का विकास कैसे हुआ, मेधतिथि ऋषि ने संख्यासूचक सारणी इस प्रकार दी, हॉ एक १, दस १०, शत १०<sup>२</sup>, सहस्र १०<sup>३</sup>, अयुत-१०<sup>४</sup>, नियुत-१०<sup>५</sup>, प्रयुत-१०<sup>६</sup>, अबुर्द-१०<sup>७</sup>, न्यबुर्द-१०<sup>८</sup>, समुद्र-१०<sup>९</sup>, मध्य-१०<sup>१०</sup>, अन्त-१०<sup>११</sup> और परार्ध १०<sup>१२</sup>। तैत्तिरीय संहिता में १-१९ तक संख्याएँ, पुनः १९, २९, ३९, ४९, ६९, ७९, ८९, ९९ पुनः विषम तथा सम संख्याएँ तथा ४, ५, १०, २०, और १०० के गुणक की सारणी हैं।

ई. वी. प्रथम शताब्दी के बौद्ध ग्रंथ ललित विस्तर में गणितयज्ञ अर्जुन एवं महात्मा बोधिसत्व के संवादों में कोटि के बाद 100 पर आधारित संख्याओं की सूची प्रस्तुत की गई है, जिससे कोटि से तल्लाक्षणा तक 24 संख्याओं की जानकारी मिलती है। ये सभी संख्याएँ दिव्यगणित, दशगुणित, तथा शतगुणित संख्या वाले अंकों की सूचना देते हैं।

ई. वी. द्वितीय शताब्दी के ग्रंथ पिंगल छंदः शास्त्र में अंक लगभग यही प्रयुक्त होता है, पुराणों में शब्द तो लगभग यही प्रयुक्त होते हैं, किन्तु परार्ध का स्थान और मान तेरहवें के स्थान पर अठारहवाँ हो गया है। पाँचवीं शताब्दी के गणितज्ञ आर्यभट्ट प्रथम ने भी इस सभी अंकों को अपने पूर्ववर्ती का दस गुना माना है। आठवीं शताब्दी के श्रीधरचार्य ने संख्याओं की सूची -एक, दश, शत, सहस्र, लक्ष्य, अयुत, प्रयुत, कोटी, अबुर्द, अब्ज, खर्व, निखर्व, महासरोज, शंख, सरितापति, अन्त, मध्य, और परार्ध दी हैं।

नवीं शताब्दी के जैन महावीर आचार्य ने लक्ष तक तो श्रीधर का अनुकरण किया है, उसके पश्चात् अधिक बड़ी संख्याओं के लिए पध्म, क्षोणी, क्षिति, क्षोभ, आदि के साथ 'महा' पद का योग किया।

12 वीं शताब्दी भास्कराचार्य ने ऊपर्युक्त लगभग सभी शब्दों का प्रयोग अपने ग्रंथ लीलावती में किया है।

प्राचीन भारतीय गणित. Urmila Srivastava. Arya Kanya Degree College, Allahabad. Abstract. The word 'ganita' is derived from the root 'gan' by ...Selected Papers By Eminent Scholars | Vedic Heritage Portal

### 1.3. गणित की अर्थ और परिभाषा (Meaning and Definition of Mathematics)

गणित विज्ञान की एक व्यवस्थित, संगठित और सटीक शाखा है। गणितीय मात्रात्मक तथ्यों, रिश्तों के साथ-साथ अंतरिक्ष और रूप से जुड़ी समस्याओं से संबंधित है। यह आकार, व्यवस्था और मात्रा का तार्किक अध्ययन है।

'गणित को केवल 'नंबर काम' या गणना 'के रूप में नहीं माना जाता है, लेकिन यह सामान्यीकरण बनाने, संबंधों को देखने और तार्किक सोच और तर्क विकसित करने के बारे में अधिक है। गणित को सोचने के तरीके के रूप में दिखाया जाना चाहिए, सौंदर्य की एक कला और मानवीय उपलब्धि के रूप में इसे प्रसारित किया जाना चाहिए। शिक्षा पर राष्ट्रीय नीति (1986) में कहा गया है, गणित को बच्चे को सोचने, तर्क, विश्लेषण करने और तार्किक रूप से व्यक्त करने के लिए प्रशिक्षित करने के लिए साधन के रूप में कल्पना की जानी चाहिए। गणित जीवन की समस्याओं को हल करने में सहायता करता है, जहां अंक और गणना की आवश्यकता होती है। भविष्य काल में आने वाली

विपत्तियों की गणना करना भी यह मनुष्य की निहित शक्तियों के बौद्धिक कला के लिए अवसर प्रदान करता है । यह एक सटीक विज्ञान है, और इसमें उच्च संज्ञानात्मक क्षमताएं और शक्तियाँ समाहित हैं ।

#### 1.4. गणित क्या है? (What is Mathematics)?

गणित का शब्दकोष अर्थ है, " यह संख्या या स्थान का विज्ञान है" या " माप, मात्रा और परिमाण का विज्ञान" । "नई अंग्रेजी शब्दकोश" के अनुसार – एक सख्त अर्थ में गणित एक अमूर्त विज्ञान है, जो स्थानिक और संख्यात्मक संबंधों के प्रारंभिक गर्भाधान में अनुमानित निष्कर्षों की जांच करता है । हिंदी में, हम गणित को "गणिता" कहते हैं – जिसका अर्थ गणना का विज्ञान है । इसलिए, हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं, कि गणित एक व्यवस्थित, क्रमबद्ध विज्ञान की सटीक शाखा है । इसके अलावा, गणित मात्रा, माप और स्थानिक संबंधों का विज्ञान भी है ।

#### 1.5. गणित की परिभाषाएँ (Definitions of Mathematics)

विभिन्न लेखकों के शब्दों में गणित की परिभाषा

- 1) **कंट** : "गणित सभी भौतिक संसाधनों का अनिवार्य साधन है।"
- 2) **सी एफ गुस** : "गणित विज्ञान की रानी है, और अंकगणित सभी गणितों की रानी है।"
- 3) **बैकन** : "गणित सभी विज्ञान का प्रवेश द्वार और कुंजी है
- 4) **बेंजामिन फ्रैंकलिन** : "गणित के मुकाबले कौन सा विज्ञान, अधिक उत्कृष्ट, पुरुषों के लिए अधिक उपयोगी, अधिक प्रशंसनीय, उच्च और प्रदर्शनकारी हो सकता है?"
- 5) **लोके** के अनुसार "गणित मन में तर्क करने की आदत को बसाने का एक तरीका है, या दूसरे शब्दों में कह सकते हैं, "गणित बच्चों के दिमाग में तर्क करने की आदत डालने का एक तरीका है।
- 6) **जे.बी.शव** : "गणित में संलग्न है, वास्तव में, कला के गहन अध्ययन और सौंदर्य की अभिव्यक्ति में।"
- 7) "गणित वह भाषा है, जिसमें भगवान ने ब्रह्मांड लिखा है। – **गैलीलियो**।
- 8) "प्रकृति की बौद्धिक पैठ और उपयोग के आधार पर हमारी पूरी सभ्यता गणितीय विज्ञान में वास्तविक आधार है।" – **प्रो.वॉस**
- 9) गणित का शब्दकोष के अनुसार है, गणित संख्या और स्थान का विज्ञान है या माप, मात्रा और परिमाण का विज्ञान है ।
- 10) **वेबस्टर** के डिक्शनरी के अनुसार "गणित संख्या का विज्ञान है, और वहाँ अंतरिक्ष संबंधों, संयोजनों, सामान्यीकरण और अमूर्तता और अंतरिक्ष विन्यासों और सामान्यताओं का संचालन होता है।"
- 11) "गणित को उस विषय के रूप में परिभाषित किया जा सकता है, जिसमें हम कभी नहीं जानते हैं, कि हम जो बात कर रहे हैं, क्या हम सच नहीं कह रहे हैं।" – **बर्ट्रैंड रसेल**

गणित की उपेक्षा सभी ज्ञान पर चोट करती है, क्योंकि जो इससे अनभिज्ञ है, वह दूसरे विज्ञान जगत को नहीं जान सकता है, और, वे पुरुष जो इस प्रकार अज्ञानी हैं, वे अपने अज्ञान का अनुभव करने में असमर्थ हैं, और इसलिए कोई उपाय नहीं खोज रहे हैं।

**उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर हम कह सकते हैं, या निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि,**

1. गणित अंतरिक्ष और संख्या का विज्ञान है।

2. गणित गणना का विज्ञान है।
3. गणित मापन, मात्रा और परिमाण का विज्ञान है।
4. गणित एक व्यवस्थित, और विज्ञान की सटीक शाखा है।
5. यह मात्रात्मक तथ्यों और संबंधों से संबंधित है।
6. यह विज्ञान का अमूर्त रूप है।
7. यह तार्किक तर्क का विज्ञान है।
8. यह एक प्रेरक और प्रायोगिक विज्ञान है।
9. गणित वह विज्ञान है, जो आवश्यक गणनाएँ करता है।

हालाँकि गणित की असंख्य परिभाषाएँ हैं, उनमें से कोई भी इतना व्यापक नहीं है, कि गणित का पूरा अर्थ निकाला जा सके। हालाँकि, प्रत्येक परिभाषा गणित में एक या अधिक पहलुओं के लिए अंतर्दृष्टि रखता है।

### 1.6. गणित की विशेषताएँ (Math features)

गणित में कुछ विशिष्ट विशेषताएँ हैं, जो शायद ही अन्य विषयों में मिल सकती हैं। गणित की महत्वपूर्ण विशेषताएँ निम्नलिखित हैं।

#### 1) तार्किक दृश्य (logical view):

गणित का अध्ययन कुछ योग्य परिभाषाओं के साथ शुरू होता है, और कदम-कदम विस्तृत चरणों के साथ आगे बढ़ता है। एक ऐसे विषय खोजना मुश्किल होगा, जिसमें एक बेहतर उन्नयन संभव है, जिसमें गणित की तुलना में प्रत्येक चरण में कार्य को शिष्य की जरूरतों के अनुकूल बनाया जा सकता है। गणित सीखने वाला हमेशा सरल से जटिल और मूर्त से अमूर्त होता है। गणित तर्क पर आधारित होता है। तर्क शक्ति की आधार पर सरल से जटिल सवालों का समाधान खोजा जाता है। जो मूर्त है, उसे अमूर्त की परिपाटी में लाकर समस्याओं का समाधान किया जाता है, फिर ज्योतिष शास्त्र हो या भौतिकशास्त्र दोनों ही परिपाटी में नक्षत्रों के गति का पता लगाना गणित द्वारा ही संभव है। क्योंकि ये गतिया सामान्य नहीं होती, जिनकी जानकारी आसानी से हो जाये बड़े बड़े सूत्रों को ज्ञात करके अज्ञात को ज्ञात किया जाता है।

कुछ विशेष उदाहरण से समझने का प्रयास करेंगे जैसे हमारे दैनिक जीवन में प्रेरक तर्क:

- \* एक बच्चा सूरज को उदय होते हुए देखता और अस्त होते हुए देखता है। वह एक दिन अवलोकन करता है, और अगले दिन भी वही होता है। इसलिए, वह इस निष्कर्ष पर पहुँचा कि "सूरज हर दिन उदय होता है, और हर दिन भी अस्त होता है।"
- \* एक बच्चा हरा सेब खाता है, और खट्टा स्वाद महसूस करता है। अगले दिन भी, वह एक और हरा सेब लेता है और वही महसूस करता है, तो उन्होंने निष्कर्ष निकाला कि, "हरे सेब खट्टे हैं।"
- \* वैज्ञानिक भी इस विधि का उपयोग करते हैं। इतने स्थानों पर इतने प्रकार के वजन के बाद ही, वे इस निष्कर्ष पर पहुँचे, किसी वस्तु का वजन क्या है, और मानक तैयार करते हैं।
- \* गणित पढ़ाने में प्रेरक तर्क का उपयोग:

❖ गणित पढ़ाने में प्रेरक तर्क का उपयोग (The use of inductive reasoning in teaching mathematics) :

सूत्र की स्थापना:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

विद्यार्थियों को सरल गुणन द्वारा  $(a + b)^2$ ,  $(x + y)^2$ ,  $(m + n)^2$ ,  $(p + q)^2$ ,

आदि के मूल्यों का पता लगाने के लिए कहा जाता है। गुणा करने के बाद, वे यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि, (पहली अवधि + दूसरी अवधि)<sup>2</sup> = (पहली अवधि)<sup>2</sup> + (दूसरी अवधि)<sup>2</sup> + 2 (पहला अवधि ) (दूसरा अवधि )।

❖ कुछ दैनिक जीवन में तर्कहीन तर्क: – एक बच्चा यह बता सकता है, कि उसे कभी भी हरे सेब नहीं खाने चाहिए क्योंकि वे खट्टे होते हैं । बाद में वह हरे सेब को चखकर इस तथ्य को सत्यापित कर सकता है।

❖ गणित पढ़ाने में निपुण तर्क का उपयोग(Use of persuasive reasoning in teaching mathematic) विद्यार्थी को एक आयत के क्षेत्र के सूत्र के बारे में बताया जा सकता है। यानी क्षेत्रफल = लंबाई X चौड़ाई। फिर उन्हें अलग-अलग आयतों के क्षेत्रों को खोजने में इसे लागू करने के लिए कहा जाता है।

2) गणित में संरचना (structure in mathematics)

अंग्रेजी भाषा में संरचना शब्द 'प्रकृति या कला द्वारा निर्मित किसी भी वस्तु में भागों के निर्माण, व्यवस्था और अभिव्यक्ति का निरूपण करती है', तो यह मान लेना उचित लगता है, कि गणितीय संरचना किसी प्रकार की होनी चाहिए या व्यवस्था, गठन, या भागों को एक साथ रखने का परिणाम है।

उदाहरण के लिए, हम समुच्चयों में गणितीय संक्रियाएँ लेंगे।

धनात्मक संख्याओं को योग एक प्राकृत संख्या ही होता है, उसी प्रकार दो प्राकृत संख्या का गुणन करने पर प्राकृत संख्या ही प्राप्त होती है। अंतर प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय पर या संक्रिया नहीं लागू होती है। क्योंकि दो प्राकृतिक संख्याओं का अंतर प्राकृतिक संख्या नहीं हो सकता है (उदाहरण:  $3 \in \mathbb{N}$ ,  $3-6 = -3 \notin \mathbb{N}$ )।

3) गणित में सटीकता (Accuracy in Mathematics)

गणित को सटीक होने के कारण 'सटीक' विज्ञान के रूप में जाना जाता है। यह शायद एकमात्र ऐसा विषय है, जो परिणामों की निश्चितता का दावा कर सकता है। गणित में परिणाम या तो सही होते हैं या गलत। गणित यह तय कर सकता है, कि उसके निष्कर्ष सही हैं, या नहीं। गणितज्ञ परिणामों की वैधता को सत्यापित कर सकते हैं, और दूसरों या इसकी वैधता को स्थिरता और निष्पक्षता के साथ मना सकते हैं। यह न केवल गणित के सभी विशेषज्ञों के लिए है। यहां तक कि जब सन्निकटन पर एक नया जोर होता है, तो गणितीय परिणामों में किसी भी सटीकता की आवश्यकता हो सकती है। यद्यपि सटीक और सटीकता अलग-अलग हैं, जो अनुमान लगाने के उपार्यों के मानदंड के रूप में भिन्न हैं, एक दूसरे के साथ विपरीत होने पर उन्हें सबसे प्रभावी ढंग से चर्चा की जा सकती है।



सटीक और सटीकता दोनों के सबसे प्रभावी उपाय इसमें शामिल त्रुटियों (सकारात्मक या नकारात्मक) के संदर्भ में हैं। एक माप या संगणना की शुद्धता का मूल्यांकन स्पष्ट त्रुटि के संदर्भ में किया जाता है। किसी त्रुटि या माप की सटीकता का मूल्यांकन सापेक्ष त्रुटि या किए गए त्रुटि के प्रतिशत के संदर्भ में किया जाता है।

#### 4) गणित अमूर्त हैं (Mathematics are Abstract)

गणित इस मायने में अमूर्त है, कि गणित वास्तविक वस्तुओं के साथ बहुत हद तक भौतिकी के समान व्यवहार नहीं करता है। लेकिन, वास्तव में, गणितीय सवाल, एक नियम के रूप में प्रयोग करने के लिए प्रत्यक्ष अपील द्वारा तय नहीं किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, यूक्लिड की रेखाओं की चौड़ाई नहीं है, और उनके बिंदुओं का कोई आकार नहीं है। भौतिक संसार में ऐसी कोई वस्तु नहीं मिल सकती है। यूक्लिड की ज्यामिति एक काल्पनिक दुनिया का वर्णन करती है, जो वास्तविक दुनिया से मिलती जुलती है, इसके लिए यह सर्वेक्षणकर्ताओं, बढई और इंजीनियरों के लिए एक उपयोगी अध्ययन है। अनंत (infinity) एक ऐसी चीज है, जिसे हम कभी अनुभव नहीं कर सकते हैं, और फिर भी यह गणित की एक केंद्रीय अवधारणा है। हमारी पूरी सोच इस धारणा पर आधारित है, कि असीम रूप से कई संख्याएं हैं, ताकि गिनती की आवश्यकता कभी भी बंद न हो; के बीच असीम रूप से कई अंश हैं। 0 और 1, कि एक वृत्त आदि की परिधि पर असीम रूप से कई बिंदु हैं। फिर से जिसकी सोच अनिवार्य रूप से भौतिक थी, वह इस आधार पर नकारात्मक संख्या में विश्वास करने से इनकार कर सकता है, कि आपके पास कुछ भी कम मात्रा नहीं हो सकती है। फिर भी, ऐसा व्यक्ति-1 के वर्गमूल में विश्वास करने से इनकार करेगा।

#### 5) गणितीय प्रतीक (Mathematical Symbols)

गणितीय विचारों के संचार के लिए भाषा काफी हद तक प्रतीकों और शब्दों के संदर्भ में है, जिसे हर कोई नहीं समझ सकता है। गणित के बारे में बात करने के लिए कोई लोकप्रिय शब्दावली नहीं है। उदाहरण के लिए, एक संख्या और एक अंक के बीच का अंतर सूची का प्रमुख हो सकता है। एक संख्या एक समूह की एक भाग है; उस समूह को एक प्रतीक से निरूपित किया जाता है, वह बताता ही की एक सेट में कितने तत्व और उनकी प्रकृति क्या हैं? एक अंक एक नाम या एक प्रतीक है, जिसका उपयोग किसी संख्या का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जाता है। एक शिक्षक को सही शब्दों का इस्तेमाल करने में बहुत सावधानी बरतनी चाहिए, क्योंकि इससे बच्चों को बेहतर सीखने और सोचने में सहायता मिलती है। यह महत्वपूर्ण है, कि एक विद्यार्थी एक अंक और अंक के बीच के अंतर को समझता है, ताकि वह वास्तव में संख्याओं के साथ काम करने और उन संख्याओं का प्रतिनिधित्व करने वाले प्रतीकों में हेरफेर करने के बीच के अंतर का एहसास कर सके। यह उन अंकों का प्रतिनिधित्व करने वाले प्रतीकों में हेरफेर करता है।

6) गणित की भाषा (Math language) के बिना, हम किसी भी चीज के बारे में बात नहीं कर सकते। गणितीय बात में गणित के प्रतीकवाद का उपयोग करना शामिल है। गणित को समझना यह है, कि प्रतीकात्मकता उस संरचना से मेल खाती है, जिसे अमूर्त किया गया है। गणितीय भाषा के बोलने की प्रक्रिया निम्नानुसार चलती है : एक अमूर्त प्रक्रिया, जिसके बाद एक प्रतीकात्मक प्रक्रिया होती है, उसके बाद फिर से प्रतीकों के उपयोग की सीख मिलती है। प्रतीकों का उपयोग गणितीय भाषा को किसी भी अन्य भाषा की तुलना में अधिक सुरुचिपूर्ण और सटीक बनाता है।

**1.7. गणित की प्रकृति (Nature of mathematic) गणित की मुख्य विशेषताओं का विश्लेषण करके गणित की प्रकृति को स्पष्ट किया जा सकता है।**

**(i) गणित खोज का एक विज्ञान है : Mathematics is a science of discovery :**

ई.ई.बग्स कहते हैं कि, "गणित रिशतों की खोज और प्रतीकात्मक रूप में उन संबंधों की अभिव्यक्ति है – शब्दों में, संख्याओं में, अक्षरों में, रेखांकन द्वारा या रेखांकन द्वारा।"

A.N.Whitehead के अनुसार, "प्रत्येक बच्चे को खोज का आनंद अनुभव करना चाहिए"। गणित स्वतंत्र खोज करने का एक आसान और प्रारम्भिक अवसर देता है। बच्चों के पास गणितीय विचारों की अपनी खोज करने के लिए अवसर होने चाहिए, लेकिन उनके पास अपनी गणना में सटीकता हासिल करने के लिए आवश्यक अभ्यास भी होना चाहिए। आज यह खोज तकनीक है, जो शानदार प्रगति कर रही है। उन्हें दो क्षेत्रों में लागू किया जा रहा है: शुद्ध संख्या के सम्बन्धों में तथा पैसे, वजन और उपायों जैसी रोजमर्रा की समस्याओं में।

**(ii) गणित एक बौद्धिक खेल है (Mathematics is an intellectual game)**

गणित को अपने नियम और अमूर्त अवधारणाओं के साथ एक बौद्धिक खेल के रूप में माना जा सकता है। इस दृष्टिकोण से, गणित मुख्य रूप से एक विषय है, पहलियाँ, विरोधाभास और समस्या को हल करना – एक प्रकार का स्वस्थ मानसिक व्यायाम।

**(iii) गणित ड्राइंग निष्कर्ष की कला के साथ काम करता है (Mathematics works with the art of drawing conclusions )**

विद्यालय के महत्वपूर्ण कार्यों में से एक है, बच्चों को विचार के तरीके के साथ, जो उन्हें सही निष्कर्ष निकालने में सहायता करता है। बेंजामिन पियर्स के अनुसार, "गणित वह विज्ञान है, जो आवश्यक निष्कर्ष निकालता है।" गणित में, निष्कर्ष निश्चित हैं। इसलिए, शिक्षार्थी यह जाँच सकता है, कि क्या उसने सही निष्कर्ष निकाला है या, सीखने वाले को सरल और बहुत आसान निष्कर्षों से शुरुआत करने की अनुमति देता है, धीरे-धीरे अधिक कठिन और जटिल समस्या की ओर बढ़ता है।

**(iv) गणित एक उपकरण विषय है (Mathematics is a tool subject)**

गणित की अपनी अखंडता, इसकी सुंदरता, इसकी संरचना और कई अन्य विशेषताएं हैं, जो इसमें एक उपकरण के रूप में गणित से संबंधित हैं। हालांकि, गर्भ धारण परिस्थितियों में भी गणित उपयोगी एक शक्तिशाली और गुप्त उपकरण के रूप में प्रयोग होता है। " हॉवर्ड जे फेहर कहते हैं, "यदि गणित उपयोगी नहीं था, तो यह बहुत पहले हमारे विद्यालय के पाठ्यक्रम से आवश्यक अध्ययन के रूप में गायब हो गया है।"

**(v) गणित में एक सहज विधि शामिल है (An intuitive method in mathematics involve)**

किसी भी गणितीय विषय के सीखने में पहला कदम अंतर्ज्ञान का विकास है। यह नियमों या औपचारिक कार्यों को पेश किए जाने से पहले आना चाहिए। शिक्षक को शिक्षण की सही रणनीतियों का पालन करके, हमारे छोटे बच्चों में अंतर्ज्ञान को बढ़ावा देना है। गणित में लागू होने पर अंतर्ज्ञान

में एक विचार का सम्मिश्रण शामिल होता है जिसे कुछ प्रकार के संचालन या उदाहरणों के रूप में नहीं बताया जाता है। अंतर्ज्ञान यह अनुमान लगाने के लिए है, कि आगे क्या होगा और इसके बारे में क्या करना है? इसका तात्पर्य विचार के विश्लेषणात्मक मोड पर स्पष्ट निर्भरता के बिना किसी समस्या के अर्थ या महत्व या संरचना को समझने का कार्य है। यह गणितीय गतिविधि का एक रूप है जो हर समय सही उत्तरों के महत्व के बजाय प्रक्रिया की प्रयोज्यता में विश्वास पर निर्भर करता है। यह शिक्षक पर निर्भर है, कि वह बच्चे को उसके स्वाभाविक और अंतर्ज्ञान के तरीके का उपयोग करने की अनुमति देता है, उसे ऐसा करने के लिए प्रोत्साहित करता है और जब वह ऐसा करता है, तो उसे सम्मानित करता है।

**(vi) गणित सटीक और सटीकता का विज्ञान है (Mathematics is the science of precision and accuracy)**

गणित को सटीक होने के कारण सटीक विज्ञान के रूप में जाना जाता है। यह शायद एकमात्र ऐसा विषय है, जो परिणामों की निश्चितता का दावा कर सकता है। गणित में, परिणाम या तो सही हैं या गलत, स्वीकार किए जाते हैं, या अस्वीकार कर दिए गए हैं। अधिकारों और गलत के बीच कोई मध्य मार्ग संभव नहीं है। गणितज्ञ यह तय कर सकता है, कि या इसके निष्कर्ष सही हैं, या नहीं। यहां तक कि जब सन्निकटन पर एक नया जोर होता है, तो गणितीय परिणामों में किसी भी सटीकता की आवश्यकता हो सकती है। सटीकता की डिग्री के बारे में निर्णय लेने में विद्यार्थियों की सहायता करना शिक्षक का काम है, जो माप या गणना के लिए सबसे उपयुक्त है।

**(vii) गणित तार्किक अनुक्रम का विषय है (Mathematics is the subject of logical sequence)**

गणित का अध्ययन कुछ अच्छी तरह से ज्ञात परिभाषाओं के साथ शुरू होता है, और काफी विस्तृत चरणों में कदम-दर-कदम बढ़ता है, और आगे बढ़ता है। गणित सीखना हमेशा सरल से आगे बढ़ता है।

**(viii) जटिल से और मूर्त से अमूर्त तक (from complex to concrete to abstract)**

यह एक ऐसा विषय है, जिसमें पहले के ज्ञान पर निर्भरता विशेष रूप से महान है। बीजगणित अंकगणित पर निर्भर करता है, गणना बीजगणित पर निर्भर करती है, चर गणना पर निर्भर करता है, और इसी तरह विश्लेषणात्मक ज्यामिति बीजगणित और प्राथमिक ज्यामिति पर निर्भर करती है,। इस प्रकार गणित के किसी भी चयनित शाखा में विषयों के बीच पदक्रम और अनुक्रम देखे जा सकते हैं।

**(ix) गणित को नई स्थितियों के लिए नियमों और अवधारणा के अनुप्रयोग की आवश्यकता होती है (Mathematics requires application of rules and concepts to new situations)**

गणित के अध्ययन के लिए शिक्षार्थियों को नई परिस्थितियों में अर्जित कौशल को लागू करने की आवश्यकता होती है। विद्यार्थी हमेशा गणितीय स्थितियों को लागू करके गणितीय नियमों और संबंधों की वैधता को सत्यापित कर सकते हैं। संकल्पना और सिद्धांत तभी अधिक क्रियाशील और सार्थक होते हैं, जब वे वास्तविक व्यावहारिक अनुप्रयोगों से संबंधित हों। इस तरह के अभ्यास से गणित की शिक्षा अधिक सार्थक और महत्वपूर्ण हो जाएगी।

**(x) गणित सामान्यीकरण और वर्गीकरण से संबंधित है (Mathematics deals with generalization and classification till the end )**

गणित एक परिणाम के तहत विभिन्न परिणामों के संयोजन में, योजनाबद्ध व्यवस्था और वर्गीकरण बनाने में पर्याप्त अभ्यास प्रदान करता है। जब शिष्य अपनी स्वयं की परिभाषा, अवधारणा और प्रमेय विकसित करता है, तो वह सामान्यीकरण कर रहा है। गणित के सामान्यीकरण और वर्गीकरण विचार और गतिविधि के अन्य डोमेन के साथ तुलना में बहुत सरल और स्पष्ट हैं। हालाँकि, गणित के शिक्षक को यह ध्यान रखना चाहिए, कि किसी नियम में अंतिम सामान्यीकरण को हमेशा के लिए स्थगित कर दिया जाना चाहिए, जब तक कि यह स्वयं विद्यार्थियों द्वारा सहजता से सुझाया गया न हो।

**(xi) गणित एक अमूर्त विज्ञान है (Mathematics is an abstract science)**

गणितीय अवधारणाएं इस अर्थ में अमूर्त हैं, कि उन्हें भौतिक दुनिया में नहीं देखा जा सकता या उदाहरण के लिए :

- (1) यूक्लिड की लाइनों की कोई चौड़ाई नहीं है, और इसके बिंदुओं का कोई आकार नहीं है। भौतिक संसार में ऐसी कोई वस्तु नहीं मिल सकती है।
- (2) अनंत (infinity) इन्फिनिटी एक ऐसी चीज है, जिसे हम कभी अनुभव नहीं कर सकते हैं, और फिर भी यह गणित की केंद्रीय अवधारणा है।
- (3) ऋणात्मक संख्याएँ किसी भी भौतिक वस्तुओं से मेल नहीं खाती हैं, क्योंकि हमारे पास कुछ भी कम मात्रा में नहीं हो सकता है।

इसलिए, गणितीय अवधारणाओं को मूर्त वस्तुओं के साथ अनुभव के माध्यम से नहीं सीखा जा सकता है। कुछ अवधारणाओं को केवल उनकी परिभाषाओं के माध्यम से सीखा जा सकता है, और उनके पास अमूर्त होने के लिए मूर्त काउंटर भाग नहीं हो सकते हैं। अधिकांश गणितीय अवधारणाएं ऐसी अवधारणाएं हैं, जो बिना किसी निष्कर्ष के हैं, और इसलिए वे अमूर्त हैं। अभाज्य संख्याओं की अवधारणा, संभाव्यता की अवधारणा, एक कार्य की अवधारणा, सीमाओं की अवधारणा, निरंतर कार्यों की अवधारणा, कुछ को सूचीबद्ध करने के लिए सभी इस अर्थ में सार हैं, कि उन्हें सीखा जा सकता है। केवल उनकी परिभाषाओं के माध्यम से और ऐसी अवधारणाओं के अनुरूप मूर्त वस्तुओं को प्रदान करना संभव नहीं है। जब सम्मिलन संभव है, तब भी वे केवल अवधारणाओं का प्रतिनिधित्व करते हैं न कि भौतिक वस्तु के।

**संक्षेप में (in short)**

गणित सभी विज्ञान का द्वारा है। विद्यालय में वे विषय जो पाठ्यक्रम में शामिल किए गए हैं, उनके स्वभाव के आधार पर निश्चित उद्देश्य होने चाहिए। अब हम गणित की प्रकृति को समाप्त करने की स्थिति में हैं। गणित की प्रकृति को निम्नलिखित बिंदुओं में सूचीबद्ध किया गया है,

1. गणित एक सटीक विज्ञान है। गणितीय ज्ञान हमेशा स्पष्ट, तार्किक और व्यवस्थित होता है, और जिसे आसानी से समझा जा सकता है।
2. यह अंतरिक्ष, संख्या, परिमाण और माप का विज्ञान है।
3. गणित में अमूर्त अवधारणाओं को मूर्त रूप में बदलना शामिल है।
4. यह तार्किक तर्क का विज्ञान है।
5. यह आदमी को अपने विचारों और निष्कर्ष की सटीक व्याख्या करने में सहायता करता है।
6. गणित वह विज्ञान है, जो अनुभवजन्य ज्ञान के उत्पाद के द्वारा होता है।

7. गणितीय प्रस्ताव हमारे प्रेक्षणों के पश्चात और स्वयंसिद्धों पर आधारित होते हैं।
8. यह अमूर्त घटना को कंक्रीट में प्रदर्शित कर सकता है। इस प्रकार अमूर्त अवधारणाओं को गणित की सहायता से समझाया और समझा जा सकता है।
9. यह मानव जीवन के प्रत्येक पहलू से संबंधित है।
10. गणितीय ज्ञान हमारे भाव अंगों द्वारा विकसित किया गया है, इसलिए यह सटीक और विश्वसनीय है।
11. गणित का ज्ञान पूरे ब्रह्मांड में, हर जगह और हर समय एक ही रहता है। यह परिवर्तनशील नहीं है।
12. गणित के ज्ञान में कोई संदेह नहीं है। यह हां या ना, सही या गलत जैसी स्पष्ट और सटीक प्रतिक्रिया प्रदान करता है।
13. इसमें आगमनात्मक और आगमनात्मक तर्क शामिल हैं, और सार्वभौमिक रूप से किसी भी प्रस्ताव को सामान्य कर सकते हैं।
14. यह स्व मूल्यांकन में सहायता करता है।

### 1.9. गणित की संकल्पना (concept of mathematics)

लोगों ने बहुत पहले गणित की अवधारणाओं का उपयोग करना शुरू कर दिया था, और आज यह आधुनिक सभ्यता की रीढ़ है। आजकल, गणित का उपयोग हर व्यक्ति करता है। उदाहरण के लिए एक लड़के जो एक दुकान से किराने का सामान खरीदता है। लड़का ने पूछा "अंकल! क्या आप मुझे 1 किलो चीनी दे सकते हैं?" "फिर सेल्समैन चीनी को तौलने के लिए अपने तौल संतुलन का उपयोग करता है। उसके लिए वह 1 किलो का बाट लेगा व दूसरी तरफ वह 1 किलो चीनी डालेंगे। वह 1 किलो वजन के साथ संतुलित होने तक चीनी डालेंगे। फिर, लड़के के लिए चीनी के देंगे, और बदले में, लड़का 1 किलो चीनी के लिए कीमत चुकाता है।

इस उदाहरण से ही आपको ज्ञात होगा की गणित का उपयोग कितने स्थान पर किया गया? क्या आपको कोई गणित मिला यहाँ? निश्चित रूप से! दिए गए उदाहरण में, गणित कई स्थानों पर शामिल है। उदाहरण के लिए, लड़का 1 किलो चीनी मांगता है। इसमें गणित शामिल है। मात्रा 1 किग्रा 'चीनी एक प्रकार का माप है। जब सेल्समैन वजन करता है, तो संतुलन के सिद्धांत का उपयोग करता है। इसी तरह चीनी की कीमत के भुगतान में गणित भी शामिल है। इस प्रकार का गणित शुद्ध गणित कहलाता है।

**शुद्ध गणित (Pure mathematics)** शुद्ध गणित का अध्ययन बुनियादी अवधारणाओं और संरचनाओं के लिए की गहरी समझ का उद्देश्य विषय है। शुद्ध गणित के सौदे की बुनियादी जानकारी / तथ्यों के साथ गणित जहाँ विभिन्न अवधारणाएँ, प्रमाण और सिद्धांत आदि चर्चा की हैं। उदाहरण के लिए, सैद्धांतिक ज्ञान के विषय में अंकगणितीय संचालन जैसे, घटाव, गुणा और विभाजन इसका भाग हैं।

**अनुप्रयुक्त गणित (Applied mathematic)** अनुप्रयुक्त गणित संख्याओं का एक सार विज्ञान है, मात्रा और अन्य विषयों के लिए लागू अंतरिक्ष भौतिकी और इंजीनियरिंग के रूप में। शुद्धगणित जब अलग हल करने के लिए उपयोग किया जाता है, गणितीय या जीवन की समस्याएं हैं, जिसे गणित कहा जाता है। उदाहरण के लिए, बच्चे 'जोड़' की अवधारणा का अध्ययन करते हैं, जो खाद्य पदार्थ खरीदते समय पता लगाया जाता है, एक किराने की दुकान से 'ब्याज की अवधारणा' 'पैसे पर ब्याज की गणना करने के लिए उपयोग किया जाता है, बैंकों आदि में जमा किये जाते हैं।

**समझ का अनुशासन गणित (Understanding discipline math)** गणित हमारी दिन-प्रतिदिन की गतिविधियों में जुड़ा हुआ है। इससे हमें सहायता मिलती है इसकी गणित प्रकृति को समझने में। गणित की प्रकृति क्या है? सबसे पहले, गणित सभी विज्ञान की रानी है और इसकी उपस्थिति सभी विषयों में है। गणित के अन्य विषयों का आधार और संरचना रूप में कार्य करता है। इन विचारों को प्रासंगिकता में लाया गया है, गणित को विद्यालय के पाठ्यक्रम के मुख्य विषयों में से एक माना जाता है। दूसरा, गणित की गणना से अधिक है। यह क्या करता है, क्या मतलब है? उदाहरण के लिए, अगर किसी से पूछा जाए, "कितने सेब भरे जा सकते हैं? चौकोर आकार का बॉक्स"? वह कह सकता है, "लगभग 100"। यह उत्तर सन्निकटन हैं। लेकिन, किसी को भी सटीक उत्तर प्राप्त करने के लिए, उसे ठीक होना चाहिए गणितीय अवधारणाओं जैसे कि बॉक्स का आकार, की शैली के साथ पारंगत पैकिंग आदि इस प्रकार, हम यह निष्कर्ष निकालेंगे कि गणित मात्र संगणना से अधिक है। गणित हमें गणना से स्पष्ट और सही उत्तर देता है।

### 1.10. गणित की अवधारणा (Assumption of Mathematics )

I- गणित संरचनाओं का अध्ययन है: संरचना 'का शब्दकोष अर्थ है, प्रकृति या कला द्वारा निर्मित किसी भी चीज में भागों का निर्माण, व्यवस्था और अभिव्यक्ति'। इसलिए, एक गणितीय संरचना कुछ प्रकार की व्यवस्था, गठन या भागों के एक साथ रखने के परिणामस्वरूप होनी चाहिए। गणितीय गुण जैसे हम गणितीय प्रणालियों से एक या एक से अधिक क्रमचय, साहचर्य या वितरण गुणों की विशिष्ट पहचान बना सकते हैं, जो प्रणाली के पास हो सकते हैं। गणित को निश्चित तार्किक संरचना मिली है। ये संरचनाएं गणित की सुंदरता और व्यवस्था सुनिश्चित करती हैं। संख्या प्रणाली, समूह, क्षेत्र, रिंग वेक्टर, अंतरिक्ष आदि गणितीय संरचनाओं के सभी उदाहरण हैं।

II- गणित तार्किक तर्क का विज्ञान है: गणित तार्किक तर्क का विज्ञान है, कि तर्क गणित का एक महत्वपूर्ण कारक है। यह आगमनात्मक सबूत के पैटर्न को नियंत्रित करता है, जिसके माध्यम से गणित विकसित किया जाता है। बेशक, तर्क का इस्तेमाल गणित में सदियों पहले किया गया था। रसेल और व्हाइटहेड के अनुसार, "पिछले कुछ दशकों के दौरान गणित तर्क है, समग्र रूप से गणित की तार्किक संरचना के विश्लेषण पर बहुत जोर दिया गया है।" पोला ने सुझाव दिया कि, "गणित के वास्तव में दो रूप हैं। एक रूप व्यवस्थित घटात्मक विज्ञान है, दूसरा रूप एक प्रयोगात्मक, प्रेरक विज्ञान के रूप में प्रकट होता है। पहले रूप ने गणित को परिभाषाओं, अपरिभाषित शब्दों, स्वयंसिद्धों और प्रमेयों के स्वयंसिद्ध रूप में प्रस्तुत किया है। मारियो पियरी ने कहा, "गणित एक काल्पनिक – घटाया प्रणाली है।" इस कथन का अर्थ है, कि गणित तर्क प्रक्रियाओं की एक प्रणाली है, जहाँ पर निष्कर्ष कुछ मूलभूत धारणाओं और परिभाषाओं से काटे जाते हैं, जिन्हें परिकल्पित किए जाते हैं। हालांकि, निष्कर्ष की वैधता मान्यताओं और परिभाषाओं की वैधता और स्थिरता पर टिकी हुई है। शिक्षक को विद्यार्थियों को इस दृष्टिकोण का एहसास कराना चाहिए।

### 1.6. गणित और अन्य उपक्षेत्रों के मध्य संबंध (Relationship between mathematics and other subject)

#### गणित, विज्ञान, और प्रौद्योगिकी (Mathematics] Science] and Technology)

एक अमूर्त विषय होने के कारण, गणित इस मायने में सार्वभौमिक है, क्योंकि इसने ऐसा एक भी विषय नहीं छोड़ा है, जो इसमें समाहित न हों। यह व्यापार, उद्योग, संगीत, ऐतिहासिक विद्यार्थी

वृत्ति, राजनीति, खेल, चिकित्सा, कृषि, इंजीनियरिंग, और सामाजिक और प्राकृतिक विज्ञान में उपयोगी है, साथ यह अनुप्रयोगी भी है।

विज्ञान और गणित के बीच गठजोड़ का एक लंबा इतिहास रहा है, जो कई शताब्दियों से चला आ रहा है। गणित बुनियादी और अनुप्रयुक्त विज्ञान के अन्य क्षेत्रों के बीच संबंध विशेष रूप से मजबूत है। इसके असंख्य कारणों से ऐसा है, जिसमें अग्रलिखित शामिल हैं:

1. विज्ञान गणित को रोचक समस्याओं की जांच करने का कार्य करता है, और गणित विज्ञान को प्रदत्तों का विश्लेषण करने में उपयोग करने के लिए शक्तिशाली उपकरण प्रदान करता है। अक्सर, गणितज्ञों द्वारा स्वयं के किए गए अध्ययन के सारांश विज्ञान में बहुत उपयोगी साबित हुए हैं। विज्ञान और गणित दोनों सामान्य पैटर्न और संबंधों की खोज करने की कोशिश करते हैं, विज्ञान व गणित दोनों का कार्य है, मानव जीवन को सरल बनाना। जिसके गणित जो मूर्त प्रयास से जो अमूर्तसूत्र की व्युत्पत्ति करता है, वो विज्ञान के लिए वरदान साबित हैं।
2. गणित विज्ञान की प्रमुख भाषा है। वैज्ञानिक विचारों को असंदिग्ध रूप से व्यक्त करने के लिए गणित की प्रतीकात्मक भाषा अत्यंत मूल्यवान साबित हुई है। यह कथन कि  $a = F / m$  केवल यह कहने का संक्षिप्त तरीका नहीं है, कि किसी वस्तु का त्वरण उस पर लागू बल और उसके द्रव्यमान पर निर्भर करता है; बल्कि, यह उन चरों के बीच मात्रात्मक संबंध का सटीक विवरण है। अधिक महत्वपूर्ण, गणित विज्ञान के व्याकरण प्रदान करता है – वैज्ञानिक विचारों और प्रदत्तों का कठोरता से विश्लेषण करने के लिए नियम।
3. गणित और विज्ञान में कई विशेषताएं हैं। इनमें समझने योग्य क्रम में विश्वास शामिल है; कल्पना और कठोर तर्क का एक परस्पर क्रिया; ईमानदारी और खुलेपन के आदर्श; सहकर्मि आलोचना का महत्वपूर्ण महत्व; एक महत्वपूर्ण खोज करने वाले पहले होने पर रखा गया मूल्य; दायरे में अंतरराष्ट्रीय; और यहां तक कि शक्तिशाली इलेक्ट्रॉनिक कंप्यूटरों के विकास के साथ, जांच के नए क्षेत्रों को खोलने के लिए प्रौद्योगिकी का उपयोग करने में सक्षम होना।
4. गणित और प्रौद्योगिकी ने एक दूसरे के साथ एक फलदायी संबंध भी विकसित किया है। उदाहरण के लिए, संबंध और तार्किक श्रृंखलाओं के गणित ने कंप्यूटर हार्डवेयर और प्रोग्रामिंग तकनीकों के डिजाइन में बहुत योगदान दिया है। गणित भी आम तौर पर इंजीनियरिंग में अधिक योगदान देता है, जैसे कि जटिल प्रणालियों का वर्णन करना जिनके व्यवहार को फिर कंप्यूटर द्वारा अनुकरण किया जा सकता है। इसके भाग के लिए, कंप्यूटर प्रौद्योगिकी ने गणित के पूरे नए क्षेत्रों को खोल दिया है, यहां तक कि बहुत ही प्रकृति के प्रमाण में, और यह पहले से ही कठिन समस्याओं को हल करने में सहायता करता है।

## विज्ञान और तकनीक (Science and Technology)

विज्ञान और गणित, विशेष रूप से रसायन विज्ञान, खगोल विज्ञान और भौतिकी जैसे क्षेत्रों से जुड़े हुए हैं। जो विद्यार्थी बुनियादी अंकगणितीय कौशल में महारत हासिल नहीं कर सकते हैं, वे वैज्ञानिक चार्ट और ग्राफ को पढ़ने के लिए संघर्ष करेंगे। अधिक जटिल गणित, जैसे कि ज्यामिति, बीजगणित और कैलकुलस, विद्यार्थियों को रसायन विज्ञान की समस्याओं को हल करने, ग्रहों की चाल को समझने और वैज्ञानिक अध्ययन का विश्लेषण करने में सहायता कर सकते हैं। गणित भी व्यावहारिक विज्ञान में महत्वपूर्ण है, जैसे इंजीनियरिंग और कंप्यूटर विज्ञान। कंप्यूटर प्रोग्राम लिखने और एल्गोरिदम का पता लगाने पर विद्यार्थियों को समीकरण हल करने पड़ सकते हैं।

## सामाजिक अध्ययन (Social Study)

सामाजिक अध्ययन कक्षाएं, जैसे इतिहास, अक्सर विद्यार्थियों को ऐसे चार्ट और ग्राफ की समीक्षा करने की आवश्यकता होती है, जो जातीय समूहों पर ऐतिहासिक डेटा या जानकारी प्रदान करते हैं। भूगोल की कक्षाओं में, विद्यार्थियों को यह समझने की आवश्यकता हो सकती है, कि किसी क्षेत्र की ऊँचाई उसकी आबादी को कैसे प्रभावित करती है, या किस हद तक अलग-अलग आबादी के अलग-अलग औसत जीवन काल होते हैं। बुनियादी गणितीय नियमों और सूत्रों का ज्ञान सांख्यिकीय जानकारी को सुलभ बनाता है।

## कला (Art)

थिएटर, संगीत, नृत्य या कला में करियर बनाने के इच्छुक विद्यार्थियों को बुनियादी गणितीय ज्ञान से लाभ हो सकता है। संगीत की लय अक्सर जटिल गणितीय श्रृंखला का अनुसरण करती है, और गणित विद्यार्थियों को नृत्य की रिदम और थिएटर प्रदर्शन में इस्तेमाल किए जाने वाले नृत्यों की बुनियादी लय सीखने में सहायता कर सकता है। ज्यामिति पर सभी प्रयास करते हैं, और जो विद्यार्थी बुनियादी ज्यामितीय सूत्रों को समझते हैं वे प्रभावशाली कला के टुकड़े तैयार कर सकते हैं। शटर गति, फोकल लंबाई, प्रकाश कोण और एक्सपोज़र समय की गणना के लिए फोटोग्राफर गणित का उपयोग करते हैं।

## साहित्य और लेखन : (Literature and writing)

साहित्य में गणित से बहुत रोने जैसा लग सकता है, लेकिन बुनियादी अंकगणित में महारत हासिल करने से विद्यार्थी कविता को बेहतर ढंग से समझ सकते हैं। कविता का लंबाई, एक पंक्ति में शामिल करने के लिए शब्दों की संख्या और पाठक पर कुछ लय के प्रभाव को गणितीय गणना के सभी उत्पाद हैं। एक अधिक सांसारिक स्तर पर, गणित विद्यार्थियों को साहित्य कक्षाओं में पढ़ने के कार्य की समझदारी से उनके औसत पढ़ने के समय और यह अनुमान लगाने में सहायता कर सकता है, कि उन्हें किसी विशेष कार्य को पढ़ने में कितना समय लगेगा। गणितीय समस्याओं में प्रयुक्त रैखिक, तार्किक सोच भी विद्यार्थियों को अधिक स्पष्ट और तार्किक रूप से लिखने में सहायता कर सकती है। भाषा और साहित्य के साथ गणित का संबंध (Mathematics with language and literature) गणित में, सौंदर्य एक सुरुचिपूर्ण समाधान दिखाने या एक समस्या का प्रतिनिधित्व करने के लिए एक मॉडल का निर्माण करने में निहित है, जबकि आप एक कहानी बताने या एक वाक्य बनाने का सबसे सुरुचिपूर्ण तरीका पाते हैं। इसलिए दोनों को बहुत रचनात्मकता की आवश्यकता है। आइंस्टीन के अनुसार "तर्क आपको ए से बी तक मिलेगा; कल्पना आपको हर जगह मिल जाएगी।" रचनात्मक सोच की मात्रा व कारण, दोनों बहुत दर्दनाक प्रयास हो सकते हैं। फ्रांसीसी कवि पॉल वैलेरी ने एक बार गणित के लिए अपनी महान प्रशंसा व्यक्त करते हुए कहा था, "मैं इस सबसे सुंदर विषय की पूजा करता हूँ, और मुझे इस बात की परवाह नहीं है, कि मेरा प्यार अप्राप्त है। एक नज़र में, गणित और साहित्य में विषयों के रूप में कोई पारस्परिकता नहीं है, और दोनों क्षेत्रों में आज तक कोई भी सफल नहीं हुआ है, फिर भी कुछ रहस्यमय चुंबकीय बल उन्हें एक साथ खींचते हैं। जैसे कबीर के दोहे हो या रामायण छन्द व महाभारत के श्लोक चतुर्भुज विष्णु की अवतरण कथा हो गणित मिल ही जाएगा।

साहित्य में गणितीय मॉडल और नाटकीय संघर्ष दोनों एक निर्वात में घटित होते हैं; वे वास्तविकता से अलग हैं क्योंकि वे दोनों अपने लक्ष्य को प्राप्त करने के लिए वास्तविकता के अलग-अलग भागों को अलग करते हैं। जैसे महाभारत में नारायणी सेना का वर्णन आदि सभी में गणित



समाहित हैं।

यदि गणित और भाषा का संबंध कहा जाये तो दोहा और चौपाई बिना गणित की पूरी हो ही नहीं सकती।

### **अर्थशास्त्र के साथ गणित का संबंध (Mathematics with Economics)**

गणित को अर्थशास्त्र का एक अभिन्न और मौलिक भाग माना जाता है। जैसा कि यह एक प्रसिद्ध तथ्य है, कि मूल्य और धन अर्थव्यवस्था के महत्वपूर्ण पहलू हैं, और अर्थशास्त्र के परिणामस्वरूप भी। यह देखा गया है, कि अधिकांश अर्थशास्त्री गणितीय प्रतिमानों को मांग जैसे पहलुओं से कई बातों का पूर्वानुमान लगाने और भविष्यवाणी करने के लिए अभ्यास करते हैं। सबसे पहले हमें व्यक्तिगत रूप से गणित और अर्थशास्त्र के अर्थ को समझने की जरूरत है। अर्थशास्त्र ऑकड़ों, महंगाई, प्रतिक्रिया की दरों पर बहुत निर्भर करता है, और इसी तरह सभी गणितीय रूप से दिखाए या कार्यान्वित किए जाते हैं। अर्थव्यवस्था में विशिष्ट जानकारी की समीक्षा करते समय आर्थिक विश्लेषण अक्सर मात्रात्मक तरीकों का उपयोग करता है। मात्रात्मक विधियां गणितीय या सांख्यिकीय गणनाएं हैं, जो अर्थशास्त्रियों को वर्तमान आर्थिक विश्लेषण की पिछली अवधि की तुलना के लिए संकेतक प्रदान करती हैं। अर्थशास्त्री अक्सर अपने व्यक्तिगत निर्णयों को सुनिश्चित करने के लिए विभिन्न प्रकार के गणित का उपयोग करते हैं, निष्कर्ष या सिद्धांत सार्थक गणना द्वारा समर्थित होते हैं।

कैलकुलस अर्थशास्त्र में पाया जाने वाला सबसे सामान्य प्रकार का गणित है। कैलकुलस में सीमा, कार्य और व्युत्पत्ति को मापने के लिए विभिन्न सूत्रों का उपयोग शामिल है। कई अर्थशास्त्री आर्थिक जानकारी को मापते समय अंतर कलन का उपयोग करते हैं। विभेदक कलन एक व्युत्पन्न की विशिष्ट माप है, जो एक विशिष्ट कार्य से संबंधित है। बुनियादी शब्दों में, एक फंक्शन आमतौर पर एक सीधी रेखा को स्पर्शरेखा के रूप में जाना जाता है। यह एक कार्य सामान्य ऑपरेशन का प्रतिनिधित्व करता है। व्युत्पन्न स्पर्शरेखा में कोई भी परिवर्तन है, जो मूल रेखा में एक विचलन (ऊपर या नीचे) का प्रतिनिधित्व करता है।

### **भूगोल के साथ गणित का संबंध (Mathematics with Geography)**

भूगोल का अध्ययन करते समय गणित कई मायनों में एक आवश्यकता है। भूगोल एक व्यापक विषय है। यह विभिन्न प्रकार के पाठ्यक्रमों से भरा जा सकता है। व्यापार और व्यापारिकता की दुनिया कार्टोग्राफी के साथ शुरू हुई। दूर-दूर तक व्यापार करने के लिए भूमि और समुद्र पार करने के लिए, समय और दूरी, मुद्रा और भार की इकाइयाँ स्थापित की गईं। इमारतों, पुलों, एक्वाडक्ट्स— वास्तुकला और शहरों के लिए संरक्षण शुरू हुआ। इससे अरबी अंक, बीजगणित, खगोलीय चार्ट, कराधान लेखांकन और बहुत कुछ शुरू हुआ। आकाशीय नेविगेशन ने खगोल विज्ञान और कैलेंडर बनाए। इंजीनियरिंग बोट, सड़कें, गिरजाघर और पिरामिड सभी गणितीय निर्माण की आवश्यकता है। आबादी को आर्थिक, सैन्य और राजनीतिक छोर के लिए और कर के लिए मापा, गिना और क्षेत्रों को मापा जाना था। इस तरह जनसंख्या भूगोल जनसांख्यिकी और जनगणना में विकसित हुआ।

जैसे-जैसे राष्ट्रों के भाग्य अधिक जटिल होते गए, वैसे-वैसे भूगोल के गणितीय निर्माण भी होते गए। आधुनिक भूगोल वनस्पति, प्रवास, समय के साथ परिवर्तन, ऑर्थोग्राफिक व्याख्या, पर्यावरण प्रकाशिकी और निश्चित रूप से भौगोलिक सूचना प्रणाली (जीआईएस) के अध्ययन के लिए एल्गोरिदम, लघुगणक और सांख्यिकीय विश्लेषण का उपयोग करता है। फोटोग्राममिति को समझने में त्रिकोणमिति, कलन और बीजगणित शामिल हैं। पर्यावरण प्रकाशिकी भौतिकी और गणना है; यह

समझना कि प्रकाश के कण पृथ्वी के वायुमंडल और पर्यावरण पर कैसे प्रतिक्रिया करते हैं। जलवायु विज्ञान प्रकाशिकी, गर्मी विनिमय, मौसम परिवर्तन, कण पदार्थ और इसलिए, बहुत अधिक निगरानी, मात्रा और समय के साथ गणना की जटिल बातचीत है। गणित विज्ञान की भाषा है, और भूगोल अंतरिक्ष और समय का विज्ञान है।

### **इतिहास के साथ गणित का संबंध (Mathematics relation with history)**

गणित और इतिहास का अटूट संबंध रहा है, इतिहास में कब कौनसी घटना घटी, उसका समय निर्धारित ही गणित द्वारा हुआ है, कार्बन 12 की तकनीक द्वारा यह पता लगाना कि ये कितना पुराना अवशेष है, अवशेष की प्रामाणिकता गणित द्वारा ही संभव है। डायनासोर युग का आरंभ, डार्विन का जैविक विकास या हड़प्पा संस्कृति का विकसित होने का प्रमाण वह गणित द्वारा ही संभव हुआ है।

### **जीव विज्ञान के साथ गणित का संबंध (Mathematics with Biology)**

जीव विज्ञान सहित विज्ञान के सभी प्रमुख क्षेत्रों में गणित लागू होता है। गणित वास्तव में तर्क है, कि हम ऐसा विकसित करते हैं, कि यह प्राकृतिक घटनाओं को समझने की कोशिश नहीं करता है। वे तर्क जो घटनाओं को समझने की कोशिश करते हैं, विज्ञान की श्रेणी में आते हैं। यदि यह भौतिकी या जीव विज्ञान है। गणित के हर स्थान में आने का कारण यह है, कि विज्ञान को ऐसे तर्कशास्त्र के साथ काम करने की आवश्यकता है, जो बुनियादी अर्थ में, वे प्रकृति की व्याख्या करने के लिए विकसित हों, गणित वही करता है।

उदाहरण,

1. मनुष्य की भौतिक व आंतरिक संरचना जैसे मानव में 206 हड्डियाँ, 32 दाँत, 2 फेफड़े, 1 यकृत आदि आते हैं। शरीर की पूरी मशीनरी गणित पर ही चलती है।
2. भौतिकी और रसायन विज्ञान की प्रत्यक्ष भागीदारी जो गणित पर चलती है उदाहरण के लिए बर्नौली द्वारा विकसित रक्त प्रवाह भौतिक।

### **रसायन विज्ञान के साथ गणित का संबंध (Mathematics with Chemistry)**

कार्बनिक यौगिकों के आणविक भार की गणना गणित के साथ की जाती है। मिश्रण और रासायनिक यौगिकों के घटकों को मापने के लिए तथा अनुभवजन्य या आणविक सूत्र की गणना करने के लिए। रासायनिक समीकरणों को संतुलित करने में। तत्व के एक परमाणु के इलेक्ट्रॉनिक कॉन्फिगरेशन में। गैसों के विस्तार का चार्ली का नियम गणितीय गणनाओं पर आधारित है। जैविक रसायन के लिए। अकार्बनिक रसायन के विद्यार्थियों को त्रिविमीय में अनुभव करने से लाभ होता है। भौतिक रसायन विज्ञान के लिए, भौतिक रसायन लेने वाले विद्यार्थियों को एकल चर गणना, बहुचर गणना, रैखिक बीजगणित, मॉडलिंग के साथ अवकलन समीकरण और संख्याकिक में कोर्स करने से लाभ होता है।

रसायन विज्ञान में स्नातक विद्यालय जाने की योजना बनाने वाले विद्यार्थियों को भौतिक रसायन विज्ञान के लिए ऊपर सूचीबद्ध गणित पाठ्यक्रम लेने के लिए प्रोत्साहित किया जाता है। उन्हें एक परिचयात्मक कंप्यूटर प्रोग्रामिंग या कंप्यूटर विज्ञान पाठ्यक्रम भी लेना चाहिए, जो कंप्यूटर प्रोग्रामिंग की मूल बातें शामिल करता है। आदर्श रूप से, रसायन विज्ञान में स्नातकविद्यालय जाने

वाले विद्यार्थियों को गणितीय सॉफ्टवेयर (गणितज्ञ, मेपल, ऋषि, ऑक्टैव, बर्कले ) का उपयोग करने का कुछ अनुभव होना चाहिए। सभी गणित विभाग वर्तमान में विद्यार्थियों को गणितीय सॉफ्टवेयर पैकेज का उपयोग करने के लिए एक पाठ्यक्रम शिक्षण की पेशकश नहीं करते हैं। हालाँकि, जैसा कि अधिक से अधिक गणितीय सॉफ्टवेयर पैकेज विकसित किए जा रहे हैं, जो वैज्ञानिक संगणनाओं को व्यावहारिक बनाते हैं, हम गणितीय विभागों को ऐसे पाठ्यक्रमों की पेशकश करने के लिए प्रोत्साहित करना चाहेंगे, जिनके साथ या बिना अकादमिक क्रेडिट संलग्न हैं।

## **भौतिकी के साथ गणित का संबंध (Mathematics relation with physics)**

बच्चे को भौतिकी को समझने के लिए गणित का समृद्ध ज्ञान होना चाहिए। आमतौर पर, गणित द्वारा भौतिकी के नियमों को अंतिम रूप दिया जाता है; यह इन नियमों को व्यावहारिक रूप से, व्यावहारिक रूप में प्रस्तुत करता है। भौतिक विज्ञान के हर चरण में गणितीय गणनाएँ होती हैं। गैसों के विस्तार के चार्ल्स का नियम गणितीय गणना, तरल पर संख्यात्मक समस्याओं, दबाव, घर्षण बल, गति के नियम, गुरुत्वाकर्षण, गति आदि पर आधारित है। भौतिक विज्ञान का मूल्य दुनिया को सबसे सटीक पैमानों पर मॉडलिंग करने में है, आम तौर पर दुनिया की जमीनी तस्वीरों को बनाने की कोशिश की जाती है। गणित का मूल्य विकासशील साधन में है, चाहे विभिन्न समस्याओं – भौतिकी या अभौतिकी, गणित का अंतिम मूल्य वास्तविक दुनिया की मॉडलिंग में भी है।

भौतिकी, बोर्ड और किलों से घर बनाने के लिए एक साधन (हथौड़ा) का उपयोग करती है। गणित वह अनुशासन है, जो साधन विकसित करता है। अन्य वैज्ञानिक विषयों में विभिन्न समस्याओं का अध्ययन किया जाता है, कुछ एक ही उपकरण और कुछ अलग-अलग का उपयोग करके – लेकिन गणित ने अधिकांश अन्य उपकरणों को भी विकसित किया है।

## **चिकित्सा विज्ञान और कृषि क्षेत्र के विकास में गणित की भूमिका (The role of mathematics in the development of medical science and agriculture)**

गणित को कृषि, पारिस्थितिकी, महामारी विज्ञान, ट्यूमर और कार्डियक मॉडलिंग, डीएनए अनुक्रमण और जीन प्रौद्योगिकी पर लागू किया जाता है। इसका उपयोग चिकित्सा उपकरणों ऑप्टो-इलेक्ट्रॉनिक्स और सेंसर तकनीक और डायग्नोस्टिक्स के निर्माण के लिए किया जाता है,। ट्यूमर की वृद्धि को समझने के लिए कैलकुलस का उपयोग दवा में किया जाता है। पारिस्थितिकी में अंतर समीकरणों का उपयोग अक्सर किया जाता है, जैसे टैग-और-रिलीज़ जनसंख्या अध्ययन। पीएच परिवर्तनों की गणना के लिए द्विघात समीकरण का उपयोग किया जाता है।

## **ईंजीनियरिंग और प्रौद्योगिकी में गणित (Mathematics in Engineering and Technology)**

कठोर निकायों, यांत्रिकी, जल-गतिकी, एयरो-गतिकी, ऊष्मा स्थानांतरण, आदि के अपने योगदान के माध्यम से गणित ने मैकेनिकल, सिविल, वैमानिकी और रासायनिक इंजीनियरिंग के विकास में महत्वपूर्ण भूमिका निभाई है। सूचना के सिद्धांत, साइबरनेटिक्स, विश्लेषण और नेटवर्क के संश्लेषण, स्वचालित नियंत्रण प्रणाली, डिजिटल कंप्यूटरों के डिजाइन आदि के लिए विद्युत इंजीनियरों

के लिए बहुत रुचिकर हैं। मैग्नेटो-हाइड्रोडायनामिक्स और प्लाज्मा डायनामिक्स के नए गणितीय विज्ञान का उपयोग फ्लो मीटर, मैग्नेटो बनाने के लिए किया जाता है। यह सर्वविदित है कि उद्योग में अधिकांश तकनीकी प्रक्रियाओं को गणितीय फ्रेम वर्क का उपयोग करके प्रभावी ढंग से वर्णित किया जाता है। इस फ्रेम वर्क को बाद में इन प्रक्रियाओं में कुशल और उपन्यास पद्धति को अपनाने के लिए फायदे और नुकसान का विश्लेषण करने और समझने के लिए उपयोग किया जाता है, जिसके परिणामस्वरूप गणितीय प्रौद्योगिकी की शुरुआत होती है।

## **रक्षा क्षेत्र गणितज्ञों का एक महत्वपूर्ण नियोक्ता है (The defense sector is an important employer of mathematicians)**

इस क्षेत्र में ऐसे लोगो की आवश्यकता है, जो विमानों और जहाजों को डिजाइन, निर्माण और संचालन कर सकें और अन्य उन्नत तकनीकों पर काम कर सकें। इसके लिए स्पष्ट सोच और विश्लेषणात्मक रणनीतिकारों की भी जरूरत है। यहाँ गणित विषय की ही मांग की जाती है।

## **गणित का दैनिक जीवन में उपयोग (Use of math in daily life)**

गणित विषयों की महारानी कहलाती है, शिक्षा का मुख्य उद्देश्य यही होता है, कि वह व्यावहारिक हों, गणित व्यावहारिक विषयों में से एक माना जाता है, कहावतों में भी देखने को मिलता है, हिसाब बराबर करना, नो दो ग्यारह होना, आदि देखा जाए, जीवन गणित पर ही चल रहा है, जन्म का समय हो या मृत्यु आदि सबके साथ समय ही चलता है। जब पूर्ण जीवन में गणित का प्रभाव रहता है, तो दैनिक जीवन की छोटी-छोटी घटना में गणित का कितना प्रभाव होगा, आइये हम इसका अवलोकन और विश्लेषण करें, कि रोजमर्रा की जिंदगी में गणित कैसे समाहित है।

1. सुबह हमारी समय के साथ होती है, हम अपनी जिम्मेदारियों के अनुसार समय निश्चित करके बिस्तर त्यागते हैं, उसके अनुसार हमारी दिनभर के क्रिया की दैनिक दिनचर्या बनाते हैं।
2. खाना बनते समय, चाय बनाते समय हर परिस्थिति में हम एक निश्चित अनुपात रखते हैं, चाय में कितना दूध चाय पति सही मात्रा में चीनी आदि को कार्य गणित द्वारा ही संभव है। जरा सा नमक की मात्रा बढ़ जाती, और आपकी मेहनत पूरी तरह खराब हो जाती है। दूध से दही जमाना, आदि में गणित का उपयोग ही होता है, माइक्रोवेव के प्रयोग और किचन के इलेक्ट्रॉनिक साधन भी गणित पर ही चलते हैं।
3. सही मात्रा में आवश्यक तत्व होने के कारण भोजन स्वास्थ्य वर्धक होता है, जैसे ही अनुपात बिगड़ा पोषक तत्वों की कमी के कारण स्वास्थ्य पर गहरा प्रभाव पड़ता है।
4. शरीर की पूरी सरंचना और उसका कार्यप्रणाली पूर्ण रूप से गणित पर ही आधारित है। बीपी, शुगर स्तर, हीमोग्लोबिन का स्तर, शरीर का एक-एक पुर्जा गणित पर कार्य करता है, जरा सी उसमें ऊंच नीच हुई की शरीर की कार्यप्रणाली जवाब दे जाती है।
5. अपने कार्यस्थल पर पहुंचने के लिए यातायात, समय बाध्यता, क्षमता के अनुसार कार्य आदि सुविधा गणित पर निर्भर रहती है। व्यक्ति की कार्य क्षमता के अनुसार उसका भुगतान किया जाता है, कार्यविधि के अनुसार उसकी कार्य क्षमता तैयार की जाती है।
6. व्यक्ति का स्तर का ज्ञात करने के लिए भी गणित का प्रयोग किया जाता है।

## **गणित का अन्य क्षेत्रों में प्रयोग (Use of mathematics in other**

areas)

### 1. ईलेक्ट्रानिक उपकरण में (In electronic equipment)

आज दिन भर हमारे हाथ में कोई न कोई ईलेक्ट्रानिक गेजेट होते हैं। ये सारे गेजेट गणित पर ही आधारित होते हैं, जैसे कम्प्यूटर, मोबाइल फोन, टैबलेट, स्मार्ट वॉच, फ्रिज, टीवी आदि सभी गणित का प्रयोग होता है। नई तकनीकी विकास में गणित की अपनी महती विशेषता है, संचार का माध्यम रही यह उपकरण गणित पर ही आधारित हैं, कितनी तरंगों पर हमें आवाज़ सुनाई देगी। ये सभी हमारी आम जीवन की आवश्यकता बन गई हैं।

### 2. बागवानी में (In horticulture) –

बागवानी हो या उच्च स्तर की खेती सभी जगह गणित एक आवश्यक तत्व है, आपको बीजरोपने या पौधा लगाने की हर प्रक्रिया में गणित की आवश्यकता होती है, पत्तियों में कैसे पौधे लगाना है, उचित दूरी कैसे रखनी है, सभी में गणित का उपयोग किया जाता है।

### 3. कला के क्षेत्र में (In the field of art)–

कला के प्रत्येक क्षेत्र में गणित का प्रयोग किया जाता है, चाहे नृत्य कला हो, संगीत कला हों, चाहे वह मूर्तिकला या चित्र कला कहां गणित का प्रयोग नहीं किया जाता है। नृत्य में तोड़े हों या संगीत में सुर, मूर्तिकला में नैन नक्शे का अनुपात हों, चित्रकला में स्ट्रोक रंगों की गहराई, नए रंग के मिश्रण के लिए अनुपात सभी में गणित का ही प्रयोग किया जाता है।

### 4. पर्यटन व भ्रमण के क्षेत्र में–

राष्ट्र की अर्थव्यवस्था पर्यटन पर आधारित है, पर्यटन स्थल के नायाब मीनारे गणितीय विषय का ही चमत्कार हैं, जो व्यक्तियों को आकर्षित करते हैं। जैसे दुनिया के सात अजूबे, मीनारों के गुम्बद, ये सब आर्किटेक्चर व इंजीनियरिंग का ही कमाल है, जिसमें गणित समाहित है।

### 5. बैंकिंग के क्षेत्र में (Field of banking) –

बैंकिंग का पूरा क्षेत्र गणित पर आधारित है, पैसों का लेना देना हो या निवेश पूरे राष्ट्र की अर्थव्यवस्था बैंकिंग व गणित पर आधारित है।

### 6. सांख्यिकी के क्षेत्र में (Field of statistics) –

सांख्यिकी एक विस्तृत गणितीय विज्ञान है, जिसमें डाटा संग्रहीत करके विश्लेषित किया जाता है, यह वैश्विक तौर पर आवश्यक विषय है, कोरोना महामारी में सांख्यिकी का प्रयोग करके बचाव, रोकथाम आदि का प्रयोग किया गया है। डाटा संग्रह और उसका हर विश्लेषण हर क्षेत्र में प्रयोग किया जाता है। जैसे प्राकृतिक, सामाजिक, मानविकी, खेल, सरकारी आकड़ों आदि में इसका प्रयोग होता है चुनाव के समय रुझान, मौसम की जानकारी, शिक्षा का स्तर, वैश्विक जनसंख्या, खेलों में रिकॉर्ड आदि प्रयोग सब में सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है।

### 7. बदलती दुनिया में गणित की आवश्यकता (Need of mathematics in changing world)

गणित को रोजमर्रा की जिंदगी में उपयोगिता समझने में सक्षम होने की आवश्यकता है,

स्थिति कभी भी एक जैसी नहीं होती हैं, यह समय के साथ परिवर्तित होती रहती है, बदलती आवश्यकता को ध्यान में रखते हुए गणित को सीखना जरूरी हैं ।

उदाहरण के लिए:

- \* जीवन के लिए गणित (maths for life): गणित को जानना व्यक्तिगत रूप से संतोषजनक और सशक्त हो सकता है। रोजमर्रा की जिंदगी तेजी से गणितीय और तकनीकी होती जा रही हैं, अर्थात् बीमा या स्वास्थ्य योजनाओं को चुनना, और सभी को ज्ञानपूर्वक मतदान करना, आदि ।
- \* सांस्कृतिक विरासत के एक भाग के रूप में गणित(math's is part of culture heritage): गणित मानव की सबसे बड़ी सांस्कृतिक और बौद्धिक उपलब्धियों में से एक है, और नागरिकों को उस उपलब्धि की सराहना और समझ विकसित करनी चाहिए, इसके सौंदर्य और यहां तक कि मनोरंजक पहलुओं सहित की बारे में जानकारी होनी चाहिए ।
- \* कार्यस्थल के लिए गणित ( math for workplace) जिस तरह बुद्धिमान नागरिकता के लिए आवश्यक गणित का स्तर बढ़ा है, इसलिए गणितीय सोच और समस्या को हल करने के स्तर की भी व्यावहारिक रूप से बढ़ने की आवश्यकता है, क्योंकि यह विभिन्न कार्यस्थल जैसे स्वास्थ्य देखभाल से लेकर ग्राफिक डिजाइन तक के पेशेवर क्षेत्रों में आवश्यक हो गया है ।
- \* वैज्ञानिक और तकनीकी समुदाय के लिए गणित (mathematics for scientific and technological society ) यद्यपि सभी करियर के लिए गणितीय ज्ञान की नींव की आवश्यकता होती है । कुछ क्षेत्रों में इसके गहन ज्ञान की अधिक आवश्यकता होती है, जैसे कई विद्यार्थियों को गणितज्ञों, सांख्यिकीविदों, इंजीनियरों और वैज्ञानिकों के रूप में आजीवन काम करने के लिए गणित की आवश्यकता होती है । गणितीय क्षमता उत्पादक भविष्य के लिए दरवाजे खोलता है। जिन्हें गणितीय क्षमता की कमी उन दरवाजों को बन्द बनाए रखती है ।

आम तौर पर यह धारणा है, कि गणित केवल कुछ चुनिंदा लोगों के लिए है। इसके विपरीत, हर एक को गणित को समझना होगा। सभी विद्यार्थियों के पास अवसर होना चाहिए, वह गणित को गहराई के साथ समझे ।